

в течение времени пересопряжения.

4. Расчётное значение коэффициента перекрытия ε_α^p для первого варианта протекания динамических процессов в прямозубой цилиндрической передаче находится по формулам (24), (30)

$$\varepsilon_\alpha^p = 1 + \frac{|t_2| - |t_1|}{T_z}.$$

Для второго варианта развития колебательных процессов по формулам (25), (30)

$$\varepsilon_\alpha^p = 1 + \frac{|t_2| + t^*}{T_z}.$$

5. Сравнение расчётных и экспериментальных значений коэффициентов перекрытия прямозубой зубчатой передачи показало вполне удовлетворительное их совпадение.

Список литературы: 1. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчёт на прочность. 2. ISO 6336-1:2006 Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 1: Basic principles, introduction and general factors of influence. 3. ANSI/AGMA 2001 – C95. Fundamental Rating Factor and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth. 4. Авиационные зубчатые передачи и редукторы: Справочник / под ред. Э.Б. Вулгакова. – М.: Машиностроение, 1981. – 374с. 5. Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. – Т.3 / под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова. – М.: Машиностроение, 1980. – 544с. 6. Берестнев О.В. Зубчатые передачи с повышенной податливостью зубьев / О.В. Берестнев, И.В. Жук, А.Н. Неделькин. – Мн.: Навука і тэхніка, 1993. – 183с. 7. Ишин Н.Н. Резонансные режимы зубчатых передач. Часть II: / Н.Н. Ишин, А.М. Гоман, А.С. Скороходов // Механика машин, механизмов и материалов. В печати. 8. Берестнев О.В. Экспериментальные исследования динамических нагрузок и виброакустических характеристик передач с самоустанавливающимися зубчатыми колёсами / О.В. Берестнев, В.К. Гринкевич, Н.Н. Ишин, А.М. Гоман, А.С. Скороходов. – Мн. Оперативно-информационные материалы. Институт проблем надёжности и долговечности машин АН БССР, 1987. – 98с. 9. Берестнев О.В. Аналитические методы механики в динамике приводов / О.В. Берестнев, А.М. Гоман, Н.Н. Ишин. – Мн.: Навука і тэхніка, 1992. – 238с. 10. Возбуждение колебаний в зубчатых передачах / Э.Л. Айрапетов, В.И. Апархов, М.Д. Генкина и др. // Динамические процессы в механизмах с зубчатыми передачами – М.: Наука, 1978. – С.3–18. 11. Петрусевич А.И. Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямозубыми колёсами / А.И. Петрусевич, М.Д. Генкин, В.К. Гринкевич. – М.: Изд-во АН СССР, 1956. – 132с. 12. Берестнев О.В. Динамические нагрузки в зубчатых передачах с самоустанавливающимися зубчатыми колёсами / О.В. Берестнев, В.К. Гринкевич, А.М. Гоман, Н.Н. Ишин, Е.А. Королёва. – Мн. Оперативно-информационные материалы. Институт проблем надёжности и долговечности машин АН БССР, 1987. – 56с. 13. Rowvevol, William S. Noise at the machine / Machine Design. – №10. – 1979. 14. Вулгаков Э.Б. Виброактивность зубчатых передач с коэффициентам перекрытия, большим двух / Э.Б. Вулгаков, В.М. Ананьев, В.В. Голованов, В.А. Карасёв // Вестник машиностроения. – 1974. – №6. – С.26–31. 15. Mizutani, H. Noise and vibration of high speed spur gears / H. Mizutani, Yuzume I. // Prac. International Sempodium on Giaring. Power Transmission. – 1981, Tokyo, seit 25 bis 29. 16. Зубчатые и червячные передачи / под ред. Н.И. Колчина. – М.: Машиностроение, 1968. – 363с.

Поступила в редколлегию 03.05.10

УДК 621.833.6

С.Н. КАВЕЦКИЙ, ассистент каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ СИНТЕЗА ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА \overline{AA} С УЧЕТОМ УГЛОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ СТУПЕНЕЙ

У статті показано можливість застосування методики синтезу планетарних механізмів зі зв'язаними колесами на прикладі механізму \overline{AA} . Показана можливість виготовлення зубчатих коліс які входять до складу механізму, з використанням стандартного ріжучого інструмента.

In the article realization of method of synthesis of planetary mechanisms is rotined with the constrained wheels on the example of mechanism \overline{AA} . Possibility of making of gear-wheels is rotined entering in the complement of mechanism, with the use of standard toolpiece.

Введение. Планетарные механизмы широко применяются при конструировании различных механических систем. При этом, следует обратить внимание на возможные передаточные отношения, которые можно реализовать применяя ту или иную схему механизма. Широкий диапазон передаточных отношений открывает большие возможности с точки зрения применения планетарного механизма в составе механической системы. При учете углов зацепления первой и второй ступеней планетарного механизма можно получить значительно большие пределы возможных передаточных отношений, однако вопрос о реализации на практике таких механизмов остается открытым. В статье показана возможность проведения синтеза планетарных механизмов со связанными колесами, а также возможность изготовления зубчатых колес стандартным режущим инструментом.

Основная часть. Как показано в [2, 3], возможность определить числа зубьев для планетарных механизмов AA , Π , \overline{AA} и $\overline{\Pi}$ с учетом различных углов зацепления для первой и второй ступени, есть. Также в работе [4] приведены области существования для этих механизмов. Однако для полученного в результате синтеза решения необходимо убедиться, что полученные пары зубчатых колес можно подобрать коэффициенты смещения, удовлетворяющие соответствующим блокирующим контурам.

Проведем синтез планетарного механизма \overline{AA} , с заданным передаточным отношением, используя методику, изложенную в [2, 3, 4]. А также покажем возможность изготовления полученных пар зубчатых колес с помощью инструментальной рейки.

Генеральные уравнения для синтеза планетарного механизма \overline{AA} , имеют вид:

$$\begin{cases} Z_1 = k \frac{N}{i_{1H}^4}; \\ Z_3 = Z_2 = Z_1 \frac{C - Ci_{1H}^4 - 1}{1 - C}; \\ Z_4 = Z_1 (1 - i_{1H}^4), \end{cases} \quad (1)$$

где $C = \frac{\cos \alpha_{w_{12}}}{\cos \alpha_{w_{23}}}$.

Зададим передаточное отношение i_{1H}^4 и параметр C , в виде простой дроби. Такое задание имеет смысл, так как передаточное отношение есть рациональное число, а так как числа зубьев есть целые числа то из второго уравнения системы (1) видно, что C также рационально.

$$\begin{cases} C = \frac{A_c}{B_c}, \\ i_{1H}^4 = \frac{A}{B}. \end{cases}$$

Тогда система (1) примет вид:

$$\begin{cases} Z_1 = k \frac{B \cdot N}{A}; \\ Z_3 = Z_2 = Z_1 \frac{\frac{A_c}{B_c} - \frac{A_c}{B_c} \cdot \frac{A}{B} - 1}{1 - \frac{A_c}{B_c}}; \\ Z_4 = Z_1 \left(1 - \frac{A}{B}\right); \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_1 = k \frac{B \cdot N}{A}; \\ Z_3 = Z_2 = Z_1 \frac{A_c \cdot (B - A) - B_c}{B_c - A_c}; \\ Z_4 = Z_1 \frac{B - A}{B}. \end{cases}$$

Из полученных равенств видно, что так как числа зубьев Z_3 , Z_2 и Z_4 есть целые, то число зубьев Z_1 должно быть кратным числам $(k \cdot B; B_c - A_c; B)$. Данный подход к проведению синтеза легко реализовать с помощью стандартных функций прикладного математического пакета MathCad (рисунок 1):

Задаем передаточное отношение планетарного механизма

A := 1 числитель простой дроби передаточного числа

B := 10 знаменатель простой дроби передаточного числа

Выполняем упрощение до простой дроби

$$Ai := \frac{A}{\gcd\left(\frac{A}{B}\right)} \rightarrow 1 \quad Bi := \frac{B}{\gcd\left(\frac{A}{B}\right)} \rightarrow 10 \quad i_{1H} := \frac{Ai}{Bi} \rightarrow \frac{1}{10}$$

Задаем параметр C - отношение косинусов углов зацепления

A := 104 числитель простой дроби параметра C

B := 100 знаменатель простой дроби параметра C

Выполняем упрощение до простой дроби

$$Ac := \frac{A}{\gcd\left(\frac{A}{B}\right)} \rightarrow 26 \quad Bc := \frac{B}{\gcd\left(\frac{A}{B}\right)} \rightarrow 25 \quad C := \frac{Ac}{Bc} \rightarrow \frac{26}{25}$$

Задаем пределы возможного числа зубьев колес

$$Z_{\max} := 180 \quad Z_{\min} := 18$$

Задаем число сателлитов планетарного механизма

k := 3 число сателлитов механизма

Определяем числа которым должно быть кратно Z_1

$$Z1_krat_1 := \frac{k \cdot Bi}{\gcd\left(\frac{k \cdot Bi}{Ai}\right)} \rightarrow 30 \quad Z1_krat_2 := \frac{|Bi \cdot (Bc - Ac)|}{\gcd\left[\frac{|Ac \cdot Bi - Ac \cdot Ai - Bc \cdot Bi|}{|Bi \cdot (Bc - Ac)|}\right]} \rightarrow 5$$

$$Z1_krat_3 := \frac{Bi}{\gcd\left(\frac{Bi}{Bi - Ai}\right)} \rightarrow 10$$

Определяем число зубьев первого колеса Z_1^{\min} как наименьшее общее кратное

$$Z1_min := \text{lcm}(Z1_krat_1, Z1_krat_2, Z1_krat_3) \rightarrow 30$$

Определяем минимально возможное число зубьев остальных колес

$$Z2_min := Z1_min \cdot \frac{Ac \cdot Bi - Ac \cdot Ai - Bc \cdot Bi}{Bi \cdot (Bc - Ac)} \rightarrow 48 \quad Z3_min := Z2_min \rightarrow 48 \quad Z4_min := Z1_min \cdot \frac{Bi - Ai}{Bi} \rightarrow 27$$

Все остальные комбинации чисел зубьев для выбранных параметров синтеза определяются простым умножением на натуральное число k_Z

$$k_Z := 1$$

$$Z1 := Z1_min \cdot k_Z \rightarrow 30 \quad Z2 := Z2_min \cdot k_Z \rightarrow 48 \quad Z3 := Z3_min \cdot k_Z \rightarrow 48 \quad Z4 := Z4_min \cdot k_Z \rightarrow 27$$

Рисунок 1 – Синтез планетарного механизма \overline{AA} в MathCad 11

После определения чисел зубьев механизма необходимо выбрать коэффициенты смещения зубчатых колес для пар первой и второй ступеней. Реализация алгоритма определения коэффициентов смещения с помощью пакета MathCad 11 приведена на рисунке 2.

Задаем параметры инструмента (инструментальная рейка)

Параметры инструмента:

$$\alpha_0 := 20 \cdot \frac{\pi}{180} \quad h_a := 1 \quad c := 0.25 \quad m := 5$$

Коэффициенты смещения для первой пары, выбираем из блокирующего контура:

$$\begin{aligned} \text{Пара колес:} \quad Z_1 &= 30 & Z_2 &= 48 \\ x_1 &= -0.4 & x_2 &= 0.4 \end{aligned}$$

Задаем прямую и обратную функцию инвалюты:

$$\text{inv}(\alpha) := \tan(\alpha) - \alpha \quad \text{Ainv}(\text{inv}_\alpha) := \text{root}\left(\tan(\alpha) - \alpha - \text{inv}_\alpha, \alpha, 0, \frac{\pi}{2}\right)$$

1. Определение угла зацепления первой пары зубчатых колес:

$$x_{\Sigma 12} := x_1 + x_2 \rightarrow 0$$

$$\text{inv}_{\alpha w 12} := \frac{2 \cdot x_{\Sigma 12}}{Z_1 + Z_2} \cdot \tan(\alpha_0) + \text{inv}(\alpha_0)$$

$$\alpha w_{12} := \text{Ainv}(\text{inv}_{\alpha w 12})$$

$$\alpha w_{12} \cdot \frac{180}{\pi} = 20$$

2. Определение межосевого расстояния:

$$A w_{12} := \frac{m \cdot (Z_1 + Z_2)}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha_0)}{\cos(\alpha w_{12})}$$

$$A w_{12} = 195$$

3. Определение коэффициентов смещения для второй пары зубчатых колес:

$$A w_{34} := A w_{12} \quad x_3 := x_2 \quad \text{коэффициенты смещения равны так как колеса связанные}$$

3.1 Определяем значение угла зацепления второй пары:

$$\cos_{\alpha w 34} := \frac{m \cdot (Z_3 + Z_4)}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha_0)}{A w_{34}}$$

$$\alpha w_{34} := \arccos(\cos_{\alpha w 34})$$

$$\alpha w_{34} \cdot \frac{180}{\pi} = 25.371$$

Проверка значения параметра C выбранного при синтезе механизма:

$$C := \frac{A_c}{B_c}$$

$$C = 1.04$$

$$\frac{\cos(\alpha w_{12})}{\cos(\alpha w_{34})} = 1.04$$

3.2 Определяем суммарный коэффициент смещения для второй пары колес:

$$x_{\Sigma 34} := (\text{inv}(\alpha w_{34}) - \text{inv}(\alpha_0)) \cdot \frac{Z_3 + Z_4}{2 \cdot \tan(\alpha_0)}$$

$$x_{\Sigma 34} = 1.7$$

3.3 Определяем коэффициент смещения x4:

$$x_4 := x_{\Sigma 34} - x_3$$

$$x_4 = 1.3$$

Рисунок 2 – Определение коэффициентов смещения пар зубчатых колес планетарного механизма \overline{AA} в MathCad 11

Как видно из полученных результатов, полученные коэффициенты смещения попадают в область блокирующих контуров для пар колес $Z_1 - Z_2$, $Z_3 - Z_4$. Используя реализованный алгоритм синтеза и определения коэффициентов смещения, можно, применяя известные блокирующие контуры, на этапе синтеза ответить на вопрос о возможности изготовления синтезируемого механизма.

Общие выводы:

1. Реализован алгоритм синтеза планетарного механизма \overline{AA} с учетом углов зацепления первой и второй ступеней.

2. Полученный алгоритм дает возможность определить зависимость результата синтеза от выбранных параметров:

2.1. при увеличении параметра C в результате синтеза отношение Z_1 / Z_2 увеличивается, т.е. число зубьев сателлита для одних и тех же Z_1 будет уменьшаться;

2.2. при уменьшении параметра C в результате синтеза отношение Z_1 / Z_2 уменьшается, т.е. число зубьев сателлита для одних и тех же Z_1 будет увеличиваться.

3. Параметр C необходимо выбирать в пределах простой дроби из двухзначных чисел, в этом случае минимальное число Z_1 будет находится в пределах до 100.

4. При увеличении угла зацепления первой ступени угол зацепления для второй ступени возрастает, а при уменьшении уменьшается. Поэтому для приемлемых значений лучше выбирать первую ступень как нулевую передачу, а в случае уменьшения угла зацепления второй ступени можно перейти и к отрицательной передаче.

Список литературы: 1. *Ткаченко В.А.* Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Издательский центр ХАИ. – 2003. – 446с. 2. *Кавецкий С.Н., Гереш Т.В.* Зависимость углов зацепления зубчатых пар планетарных механизмов со связанными и несвязанными колесами // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – №2. – 2008. – С.115–120. 3. *Кавецкий С.Н., Гереш Т.В.* Синтез планетарных механизмов AA и II со связанными и несвязанными колесами с учетом углов зацепления. // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – №9. – 2008. – С.98–103. 4. *Кавецкий С.Н.* Область существования планетарных механизмов AA и II со связанными и несвязанными колесами с учетом углов зацепления // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – №14. – 2008. – С.47–53.

Поступила в редколлегию 31.05.10